

14. Übungsblatt

Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

Abgabe: bis Donnerstag, den 12.02.2009, 11.30 Uhr.

Aufgabe 53

Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz, und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Wert.

a) $\int_1^{\infty} \frac{x\sqrt{x}}{(2x-1)^2} dx,$

b) $\int_2^{\infty} \frac{1}{x(\log x)^2} dx,$

c) $\int_0^{\infty} \frac{y}{\sinh y - y} dy,$

d) $\int_0^{\infty} e^{sx} \cos(tx) dx \quad (s < 0, t \in \mathbb{R}).$

Aufgabe 54 (K)

Untersuchen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale konvergieren oder divergieren:

a) $\int_0^{\infty} e^{-t} \log(1+t) dt,$

b) $\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{\cosh x - 1}} dx,$

c) $\int_0^1 (\log x)^4 dx,$

d) $\int_0^{\infty} \frac{t^a}{e^t - 1} dt \quad (a \in \mathbb{R}).$

Aufgabe 55 (K)

- Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil aller 8-ten Einheitswurzeln.
- Geben Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ der Gleichung $z^2 - 2z + 3 = 0$ an.
- Zeigen Sie: Für alle $z \in \mathbb{C} \setminus \{2k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$ und alle $n \in \mathbb{N}$ besteht die Identität

$$\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^n \cos(kz) = \frac{\sin((n + \frac{1}{2})z)}{2 \sin(\frac{1}{2}z)}.$$

Aufgabe 56

Die 2π -periodischen Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ und $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ seien definiert durch

$$f(x) := \left| \cos\left(\frac{x}{2}\right) \right| \quad \text{und} \quad g(x) := |\sin(x)|$$

für alle $x \in (-\pi, \pi]$. Berechnen Sie die zu diesen Funktionen gehörenden Fourierreihen.